ZÁPADOČESKÁ
UNIVERZITA
V PLZNI

# Samostatná práce

**z předmětu**

# Seminář diferenciální počet



| | |
|---|---|
| **Jméno a příjmení:** | *Martin Žibrický* |
| **Osobní číslo:** | *A04396* |
| **Studijní skupina:** | *14* |
| **Obor:** | *IINIB-INF* |
| **E-mail:** | *matesz@students.zcu.cz* |
| **Označení zadání:** | *Parašutista* |

- **Zadání:**
  Rychlost volného pádu parašutisty s uvažováním odporu prostředí lze popsat pomocí následující rekurentně zadané posloupnosti

$$m\frac{v_{n+1}-v_n}{\tau}=mg-cv_n$$

  - Proveďte výpočet pro vhodně zvolené konstanty *m, g* a *c*.
  - Testujte závislost řešení na parametru $\tau$ který představuje (konstantní) krok časové diskretizace.

- **Vyjádření z posloupnosti $v_{n+1}$ ze vztahu:**

$$m\frac{v_{n+1}-v_n}{\tau}=mg-cv_n$$

$$m(v_{n+1}-v_n)=(mg-cv_n)\tau$$

$$(v_{n+1}-v_n)=(mg-cv_n)\frac{\tau}{m}$$

$$v_{n+1}=(mg-cv_n)\frac{\tau}{m}+v_n$$

$$v_{n+1}=v_n+\tau g-\frac{cv_n}{m}\tau$$

$$v_{n+1}=v_n+\tau(g-\frac{cv_n}{m})$$

- **Postup řešení:**
  - <u>význam konstant:</u>
    $g$ .... gravitační zrychlení
    $m$ ... hmotnost parašutisty
    $c$ .... odpor prostředí
    $\tau$ .. úsek časové diskretizace
    $v_0$ . počáteční rychlost

  - <u>zvolené hodnoty konstant:</u>
    $g$ = 10
    $m$ = 70
    $c$ = 2
    $v_0$ = 0

  - <u>výpočet:</u>
    Ze zadaného rekurentního předpisu si vyjádříme předpis pro následující člen. Každý následující člen posloupnosti bude větší než předchozí. Po dostatečném počtu kroků

se přibližujeme k výsledné hodnotě rychlosti v určitém časovém úseku. To znamená, že posloupnost se ustaluje. Při samotném výpočtu záleží na zvolené přesnosti. Zvolená přesnost je důležitá pro to, abychom věděli, kdy máme výpočet rychlosti skončit, aby nedošlo k zacyklení výpočtu. Pro skončení výpočtu tedy musí být splněna podmínka:

$$|v_{n+1} - v_n| < \epsilon$$

( Rozdíl předchozího a následujícího členu musí být menší než zvolená přesnost. )

- <u>příklad výpočtu:</u>

Zvolím přesnost 0.001 a $\tau$ = 0.01, do výpočtu dosadím výše zvolené konstanty:

Prvních několik členů:

0.1
0.19997142857142858
0.29991429387755103
0.3998286040793003
0.49971436733527763
0.5995715918017532
0.699400285632667
0.799200456979629
0.8989721139919206
0.9987152648164943
1.0984299175979753
1.1981160804786615
1.2977737615985248
1.3974029690952108
1.4970037111040406

.......

Několik posledních členů:

346.49119472985143
346.4921972456429
346.4931994750013
346.49420141800846
346.49520307474614
346.4962044452962
346.4972055297404
346.4982063281605
346.4992068406382
346.50020706725513
346.50120700809305

Pro výše zvolené hodnoty bylo potřeba provést <u>**16117**</u> kroků, aby se získal požadovaný výsledek.

- <u>výpočetní prostředí:</u>

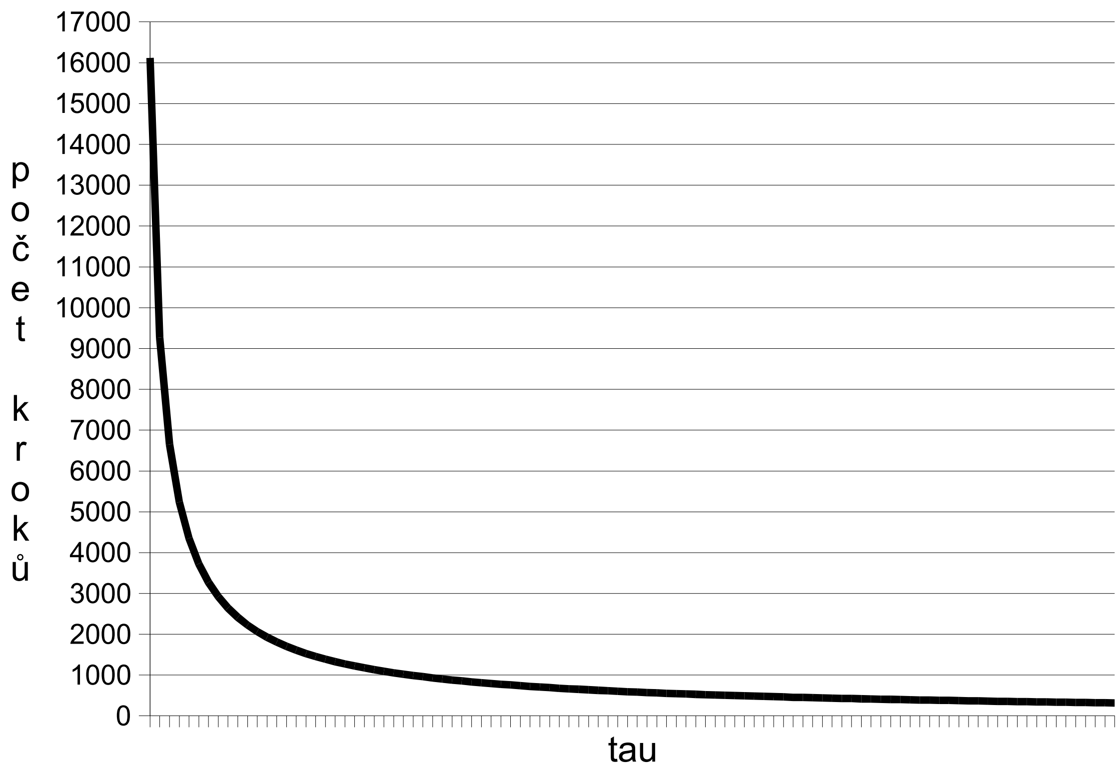
Pro samotný výpočet jsem použil programovací jazyk Java, se kterým jsem se pral v průběhu prvního semestru.

- **Algoritmus v jazyce Java pro výpočet rychlosti**

```
//pocatecni hodnoty
```

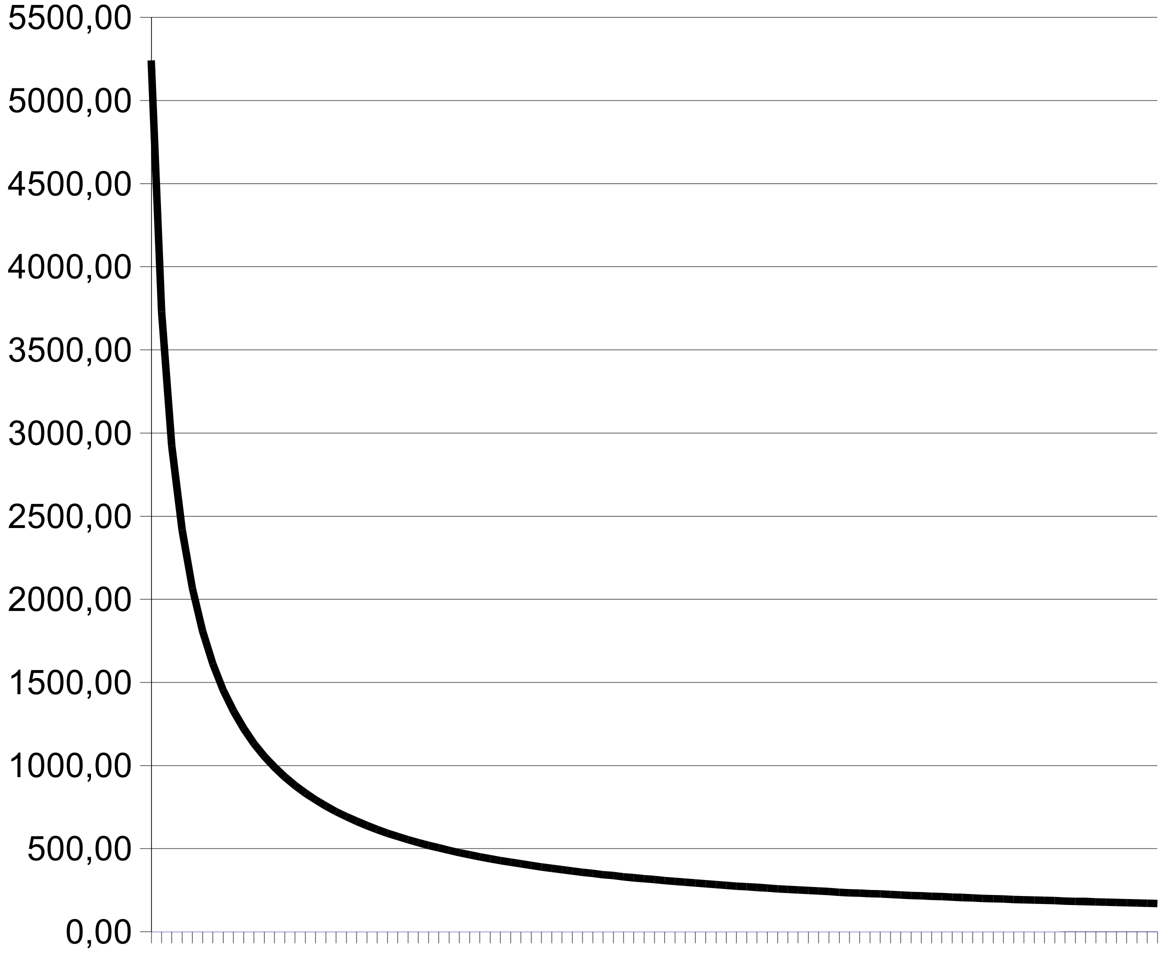
```
final double V0 = 0; //pocatecni rychlost
final double M = 70; //hmotnost
final double G = 10; //gravitacni zrychleni
final double C = 2; // popisuje odpor prostredi
final double Tau = 0.01; //konstantni krok casove diskretizace
double vn = 1; //nasledujici clen - rychlost
double vn0 = V0; //predchazejici clen
double epsilon = 0.001; //zvolena presnost

System.out.println("Rychlost parasutisty s odporem vzduchu!");
double predchozi = V0; //predchozi hodnota
//podminka
while ( Math.abs(vn - predchozi) >= epsilon) {
//vzorec
vn = vn0 + Tau * (G - (C * vn0) / M);

predchozi = vn0;//uchovani prechoziho clenu
vn0 = vn; //do predchazejiciho clenu se ulozi prave vypocteny
System.out.println(vn);
}
```

- **Graf potřebného počtu kroků k výpočtu rychlosti v závislosti na kroku časové siskretizace**




Pro graf byly použity výše zvolené hodnoty konstant. Akorát tau se postupně mění. Graf byl vygenerován pro 100 hodnot. Tau se postupně mění vždy po jedné setině. Hodnota tau takto roste od 0.01 až do 1. Se zvětšujícím se časovým úsekem se hyperbolicky snižuje počet kroků, nutných k výpočtu rychlosti o zadané přesnosti.

- **Graf pro dvojnásobné tau, oproti předchozímu grafu**




Když se tau zvětší dvakrát, klesne počet nutných kroků, abychom dostali výsledek. Ale také se s rostoucím tau hyperbolicky snižuje počet kroků, nutných k dostažení výsledku.