1. Náhodná proměnná X je dána následující funkcí hustoty $f(x)$. Určete hodnoty parametrů, nakreslete funkce hustoty, určete a nakreslete odpovídající distribuční funkce $F(x)$, určete střední hodnotu $E(X)$ a rozptyl náhodné veličiny $D(X)$ a určete medián $\widetilde{x}: \ F(\widetilde{x}) = \frac{1}{2}$ a kvantily $x_{0.05} : F(x_{0.05}) = 0.05$, $x_{0.95} : F(x_{0.95}) = 0.95$.

   (a)
   $$f(x) = \begin{cases} a & pro \quad x \in (3,5) \\ 0 & jinak \end{cases}$$

   (b)
   $$f(x) = \begin{cases} a + bx & pro \quad x \in (0,1) \\ 0 & jinak \end{cases}$$

   (c)
   $$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x^4} & pro \quad x \in (1,\infty) \\ 0 & jinak \end{cases}$$

   (d)
   $$f(x) = \begin{cases} c \sin x & pro \quad x \in (0,\pi) \\ 0 & jinak \end{cases}$$

   (e)
   $$f(x) = ae^{-b|x-c|} \quad pro \quad x \in R \qquad a,b \in R^+$$

   (f)
   $$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)} \quad pro \quad x \in R$$

2. Náhodná proměnná X je dána distribuční funkcí $F(x)$. Určete hodnoty parametrů, funkce hustoty $f(x)$, střední hodnotu, rozptyl a mediáln náhodné proměnné X a uvedené pravděpodobnosti a kvantily.

   (a)
   $$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x \in (-\infty, -5] \\ \frac{x+5}{7} & pro \quad x \in (-5, 2) \\ 1 & pro \quad x \in [2, \infty) \end{cases}$$

   $P(-2 < X < 2), P(X = 2), P(-6 < X < 1) = ?, \quad x_{0.2}, x_{0.8} = ?$

   (b)
   $$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x \in (-\infty, 0] \\ \sin x & pro \quad x \in (0, \frac{\pi}{2}) \\ 1 & pro \quad x \in [\frac{\pi}{2}, \infty) \end{cases}$$

   $P(0 < X < \frac{\pi}{4}), P(X > \frac{\pi}{4}) = ?, \quad x_{0.1}, x_{0.9} = ?$

   (c)
   $$F(x) = \begin{cases} 0 & pro \quad x \in (-\infty, 0] \\ \frac{x^2}{3} & pro \quad x \in (0, 1) \\ \frac{2x}{3} - \frac{1}{3} & pro \quad x \in (1, 2) \\ 1 & pro \quad x \in [2, \infty) \end{cases}$$

   $P(-1 < X < 1), P(X > \frac{1}{2}) = ?, \quad x_{0.1}, x_{0.9} = ?$

3. Trolejbusy odjíždí ze stanice v pětiminutových intervalech. Cestující může přijít na stanici v libovolném okamžiku. Jaká je střední hodnota a směrodatná odchylka doby čekání na odjezd ze stanice?

4. Předpokládejme, že průměrná doba zpracování zakázky je 30 sekund a doba zpracování se řídí exponenciálním rozdělením

   (a) určete ppst, ža zakázka bude zpracována do 1 minuty;

   (b) určete dobu, do níž bude zakázka zpracována s ppstí 0,95.

5. Telefonní ústředna má v průměru 90 hovorů za hodinu. S jakou ppstí bude interval mezi dvěma po sobě jdoucími hovory alespoň 2 minuty?

6. Stanovte střední dobu obsluhy v prodejně, pokud víte, že ppst obsloužení v době kratší než 4 minuty je 0.2592. Předpokládejte, že doba obsluhy se řídí exponenciálním rozdělením a minimální doba obsluhy je 1 minuta.

7. Náhodná proměnná má exponenciální rozdělení se střední hodnotou 20 a rozptylem 25. Jaká je ppst., že tato proměnná nabude hodnoty z intervalu (20,30)?

8. Jaká je ppst, že náhodná proměnná, která má rozdělení $N(\mu = 20; \sigma^2 = 16)$ nabude hodnoty

   (a) menší než 16;

   (b) větší než 20;

   (c) v mezích od 12 do 28;

   (d) menší než 12 nebo větší než 20.

9. Náhodná proměnná X představuje chybu měření. Předpokládejte, že

   (a) $X \sim R(-0.7; 1.1)$;

   (b) $X \sim N(\mu = 0.2; \sigma^2 = 0.09)$;

   Stanovte ppst, že absolutní hodnota X bude menší než 0.5 a stanovte horní hranici chyby měření, které se můžeme dopustit s ppstí $p = 95\%$.

10. Předpokládejte, že proměnná $X \sim N(\mu; \sigma^2)$. Určete parametry μ, σ^2, pokud víte

    (a) $P(X \geq 3) = 0.7$ a $P(X \leq 2) = 0.3$;

    (b) $x_{0.25} = 3$ a $x_{0.75} = 7$.