Klasická definice pravděpodobnosti

1. Hodíme dvěma kostkami. S jakou pravděpodobností padne alespoň jedno sudé číslo; na obou kostkách padne stejné číslo; součet cifer bude nejvýše 10 ?

2. Ze souboru 100 domácností, mezi nimiž je 30 dvoučlených, vybereme 10 domácností. Určete ppst, že mezi vybranými

   (a) nebude žádná dvoučlenná,

   (b) bude právě jedna dvoučlenná,

   (c) budou nejvýše tři dvoučlenné domácnosti.

3. Za normálních podmínek kolísá průměr výrobku kolem předepsané hodnoty. Odebereme postupně 5 po sobě vyrobených výrobků. Určete ppst, že ve vybran, skupině každý později vyrobený výrobek bude mít větší průměr než předcházející výrobek.(předpokládáme, že odebrané výrobky mají navzájem různý průměr, tj. žádné dva výrobky nemají stejný průměr)

4. Test obsahuje n otázek, ke každé otázce existuje k možných odpovědí. Student volí odpovědi zcela náhodně. Jak je ppst, že alespoň polovina otázek bude odpovězena správně?

5. Test je složen z 12 otázek, možných odpovědí je na každou otázku 5 (právě jedna z nich je správná). Pro úspěšné vykonání testu je třeba odpovědět správně na 8 otázek. Jaká je pravděpodobnost, že uspějete, pokud

   (a) volíte odpovědi zcela náhodně;

   (b) u každé otázky vyloučíte s naprostou jistotou tři odpovědi a mezi zbývajícími typujete náhodně;

   (c) jste si naprosto jisti odpovědmi na dvě otázky a u zbývajících postupujete podle bodu (a) nebo bodu (b).

6. V urně je 5 bílých koulí. Kolik musíme přidat černých koulí, aby ppst, že při náhodném vytažení dvou koulí (nevracíme) budou obě černé byla alespoň 0,5?

7. Společnost dodává výrobky, u kterých nebyla provedena kontrola jakosti, v balení po 10 kusech. Společnost předpoklád , že každé balení, v němž je alespoň jeden výrobek vadný, bude reklamováno a zaručilo se, že při reklamaci vrátí peníze. Je známo, že pravděpodobnost vyrobení kvalitního výrobku je 95% a že náklady na jedno balení jsou 200 Kč. Jakou cenu by měla společnost stanovit pro cenu jednoho balení,aby mohla očekávat zisk 20%.

8. "paradox narozenin" Nechť je v místnosti n lidí. Uzavřu sázku, že alespoň dva z nich mají ve stejný den narozeniny.

   (a) Při jakém n je sázka čestná, tzn. pravděpodobnost výhry je přibližně 0,5 ?

   (b) Při jak,m n je pravděpodobnost faktu, že dva lidé mají narozeniny ve stejný den, alespoň 0,99 ?

9. Mějme 10 strojů, které pracují nezávisle na sobě a vyžadují obsluhu v průměru 6 minut za hodinu.

   (a) Kolik členů obsluhy je třeba, aby byl stroj obsloužen okamžitě, bez čekání ?

   (b) Kolik členů obsluhy je třeba pokud má být stroj obsloužen okamžitě pouze s 99% ppstí ?

10. Automat vyrobí za minutu 10 součástek. Ppst vyrobení vadné součástky je $\pi = 0,01$. Po kolika minutách bude ppst výroby alespoň jednoho zmetku rovna minimálně 0,8?

11. Máte k dispozici n-na pohled identických klíčů, z nichž právě jeden odpovídá zvolenému zámku. S jakou ppstí zvolíte správný klíč během prvních třech pokusů? Kolik pokusů potřebujete, aby ppst zvolení správného byla alespon 0,8? (uvažujte dvě varianty: pamatujete si které klíče jste jiz vyzkoušeli, nepamatujete si které klíče jste jiz vyzkoušeli).

12. Vedení firmy sestává z ředitele a šesti dalších členů. Pro přijetí každého návrhu je třeba většiny hlasů. ředitel by rád prosadil určitý návrh, ale není si jist, zda získá podporu. Určete ppst., že návrh bude přijat, pokud:

    (a) předpokládáme, že ostatní členové hlasují nezávisle jeden na druhém a každý s ppst=40% bude hlasovat pro ředitelův návrh;

    (b) předpokládáme, že dva členové jsou spojenci ředitele a budou hlasovat pro jeho návrh, ostatní budou hlasovat nezávisle s ppst=40% pro;

    (c) předpokládáme, že tři členové se domluvili, že budou nejprve hlasovat mezi sebou a pak při hlavním hlasování již jednotně podle výsledku svého předběžného hlasování

    (d) jeden ze tři, kteří se domlouvali na předběžném hlasování je ředitel.

Geometrická definice pravděpodobnosti

1. Tyč dlouhou 1 metr zlomíme ve zcela náhodném místě. S jakou ppstí bude kratší konec delší než 40 cm ?

2. Dva studenti se domluvili, že se sejdou mezi $13,^{00}$ a $14,^{00}$. každý počk 15 minut a pak odejde. Určete ppst, že se setkají.

3. Obchod má dva dodavatele. Jeden přijíždí mezi $6,^{00}$ a $7,^{00}$, druhý dodavatel přijíždí mezi $6,^{00}$ a $7,^{30}$. Skutečná doba příjezdu v těchto intervalech je zcela náhodn .

    (a) Určete ppst,že oba dodavatelé přijedou do $6,^{30}$.

    (b) Vykládka od prvého dodavatele trvá 10 minut, vykládka od druhého dodavatele trvá 15 minut. Určete ppst, že se dodavatelé střetnou.

4. (Buffonova úloha) Na množin rovnoběžek, jejichž vzdálenost je rovna 1, hodíme jehlu délky $l \leq 1$. Jak je ppst, že jehla protne některou z rovnoběžek ?