

## Domácí cvičení č.6

17. Určete všechna řešení homogenní soustavy lineárních rovnic.

(a)

$$x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 0$$

$$2x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 8x_5 = 0$$

$$-x_1 + x_2 - 7x_4 + x_5 = 0$$

$$3x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 17x_4 + 2x_5 = 0,$$

$$[x = k_1[-7, 0, 2, 1, 0]^T + k_2[1, 1, 0, 0, 0]^T],$$

(b)

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 0$$

$$2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

$$-3x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

$$-x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 0$$

$$3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = 0$$

$$[x = [0, 0, 0, 0]^T].$$

18. Určete všechna řešení nehomogenní soustavy lineárních rovnic.

(a)

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 = 5$$

$$-2x_1 - 3x_2 + 3x_3 - 4x_4 = -17$$

$$3x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 8$$

$$x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 7x_4 = 4$$

$$[x = [10, -4, -3, 0]^T + k[4, -3, 1, 1]^T],$$

(b)

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 1$$

$$2x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 5x_4 + 13x_5 = -3$$

$$-3x_1 - 6x_2 + 2x_3 - 9x_4 - 3x_5 = -10$$

$$-x_1 - 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 6x_5 = -1$$

$$x_1 + 2x_2 + 6x_4 + 7x_5 = 2$$

$$4x_1 + 8x_2 - 5x_3 + 8x_4 + 9x_5 = 5,$$

$$[x = [14, 0, 7, -2, 0]^T + k_1[-2, 1, 0, 0, 0]^T + k_2[17, 0, 9, -4, 1]^T],$$

(c)

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 2 \\2x_1 - x_2 + 6x_3 + 7x_4 + 6x_5 &= 4 \\x_1 + x_2 + 6x_3 + 3x_4 + 3x_5 &= 4 \\-3x_1 + 6x_2 - 14x_4 - 6x_5 &= 10,\end{aligned}$$

[nemá řešení],

(d)

$$\begin{aligned}x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 4x_4 - x_5 &= 3 \\2x_1 - x_2 + 2x_3 - 3x_4 + x_5 &= 1 \\-x_1 - 3x_2 + 2x_3 - x_4 + 2x_5 &= -1 \\3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 + 4x_5 &= 7 \\-2x_1 + 3x_2 - x_3 + 2x_4 + x_5 &= 3,\end{aligned}$$

$[x = [1, 1, 1, 1, 1]^T]$ .

19. Cramerovým pravidlem určete řešení soustavy lineárních rovnic.

(a)

$$\begin{aligned}2x_1 - 3x_2 + 2x_3 &= 4 \\-3x_1 + 2x_2 - 5x_3 &= 2 \\4x_1 - 5x_2 + 6x_3 &= -7,\end{aligned}$$

$[x = \frac{1}{6}[113, 28, -59]^T]$ ,

(b)

$$\begin{aligned}1,24x_1 - 3,25x_2 + 1,02x_3 &= -0,99 \\-2,4x_1 + 6,25x_2 - 2,1x_3 &= 1,75 \\-1,31x_1 + 2,92x_2 - 1,23x_4 &= 0,38\end{aligned}$$

$[x = [1, 1, 1]^T]$ .

20. Určete všechna řešení soustavy lineárních rovnic v závislosti na parametru  $a$ .

(a)

$$\begin{aligned}x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \\2x_1 - 8x_2 + 7x_3 &= 18 \\-x_1 + (5 - 3a)x_2 + (5 - 3a)x_3 &= 7 - 3a,\end{aligned}$$

[pro  $a \neq 2$  má soustava jedno řešení  $x = [-2, -1, 2]^T$ ,  
pro  $a = 2$  má soustava nekonečně mnoho řešení  $x = [-5, 0, 4]^T + k[-3, 1, 2]^T$ ],

(b)

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 5$$

$$x_1 + 3x_2 + x_3 + 4x_4 + 5x_5 = 7$$

$$2x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 13x_4 + 3x_5 = 20$$

$$(a - 1)x_1 + 5x_3 - 3x_4 - x_5 = a - 1$$

[pro  $a = 0$  soustava nemá řešení,  
pro  $a \neq 0$  má soustava nekonečně mnoho řešení  
 $x = \frac{1}{5a}[5a + 15, 37a - 6, 3 - 6a, 0, -15a]^T + k[0, -5, 1, 1, 2]^T$ ].