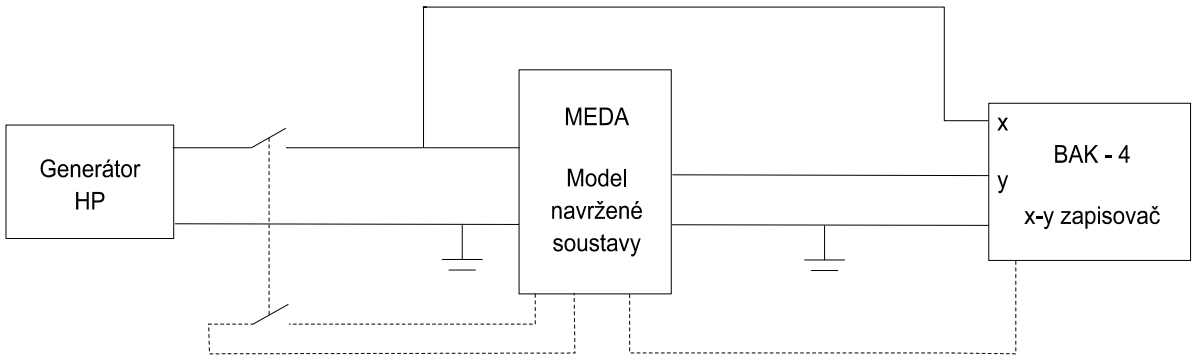
ZADÁNÍ REFERÁTU část B:

1. Změřte frekvenční charakteristiku $F(j\omega);\ \omega \in \langle 0, \infty)$ na objektech:
   a) "černá skříňka" (fázový posuv určete kompenzační metodou),
   b) analogový model (fázový posuv určete z Lissajousova obrazce - elipsy).
2. Naměřené frekvenční charakteristiky graficky znázorněte:
   a) v komplexní rovině,
   b) v logaritmických souřadnicích.
3. Z průběhu frekvenčních charakteristik určete:
   a) řád soustavy,
   b) statické zesílení soustavy.
4. V příslušné části referátu uveďte způsob měření frekvenčních charakteristik včetně schématů zapojení přístrojů.
5. Proveďte zhodnocení použitých metod a získaných výsledků.

Poznámka:

Připojení analogového modelu pro měření bodů frekvenční charakteristiky.



ŘEŠENÍ:

(1a) Frekvenční charakteristika na „černé skříňce“

K odečtení fázového posuvu použijeme **kompenzační metodu**. Na vstup black boxu přivedeme harmonický signál o známé amplitudě A_1 a frekvenci f. Tuto frekvenci budeme pro jednotlivá měření měnit. Odezva black boxu na tento signál je přivedena na vertikální vstup osciloskopu, kdežto vstup black boxu je přiveden na horizontální vstup osciloskopu (viz obrázek). Elipsa, která se zobrazí na osciloskopu, popisuje nám zatím neznámý fázový posuv φ. Pro odečtení tohoto posuvu nastavíme na fázovém kompenzátoru takovou hodnotu α, při které se elipsa změní na úsečku. Fázi poté určíme ze vztahu:

$$\boxed{\varphi = \alpha - 90° \,(resp. 180°).}$$

Odečítaný úhel závisí na nastaveném rozsahu. Pro odečtení amplitudy A_2 přepneme osciloskop do režimu vektor (odpojíme vstupní signál od osciloskopu) a amplitudu změříme. Zbývá nám již jen vypočítat modul vektoru $A(\omega_i) = |F(j\omega_i)|$. Použijeme vztah :

$$\boxed{A(\omega_i) = \frac{A_2}{A_1}}$$

f [Hz]	0,05	0,08	0,10	0,12	0,15	0,20	0,28	0,35	0,45	0,55
ω [s^{-1}]	0,31	0,50	0,63	0,75	0,94	1,26	1,76	2,20	2,83	3,46
A_1 [mm]	40									
A_2 [mm]	48,00	39,00	28,00	24,00	20,00	16,00	13,00	10,00	8,00	6,00
α [°]	51,00	47,20	32,50	27,40	21,50	10,00	90,00	78,60	75,40	67,00
φ [°]	-39,00	-42,80	-57,50	-62,60	-68,50	-80,00	-90,00	-101,40	-104,60	-113,00
A(ω) [mm]	1,200	0,975	0,700	0,600	0,500	0,400	0,325	0,250	0,200	0,150
A(ω) [dB]	1,584	-0,220	-3,098	-4,437	-6,021	-7,959	-9,762	-12,041	-13,979	-16,478
Re	0,933	0,715	0,376	0,276	0,183	0,069	0,000	-0,049	-0,050	-0,059
Im	-0,755	-0,662	-0,590	-0,533	-0,465	-0,394	-0,325	-0,245	-0,194	-0,138

Příklad výpočtu:

$$\varphi = \alpha - 90° = 51° - 90° = -39°$$

$$A(0{,}21) = \frac{A_2}{A_1} = \frac{48}{40} = 1{,}2$$

$$A[dB] = 20\log(1{,}2) = -1{,}584 dB$$

$$\mathrm{Re} = A\cos\varphi = 1{,}2 \cdot 0{,}777 = 0{,}933$$

$$\mathrm{Im} = A\sin\varphi = -1{,}2 \cdot 0{,}629 = -0{,}755$$

(1b) Frekvenční charakteristika analogového modelu

f [Hz]	0,06	0,10	0,12	0,13	0,15	0,16	0,17	0,19	0,22	0,26	0,42
Y_1'	2,00	4,40	6,80	9,00	10,00	9,50	8,00	6,00	3,20	1,20	0,20
Y_1	1,00	2,20	3,40	4,50	5,00	4,75	4,00	3,00	1,60	0,60	0,10
Y_2'	6,60	7,80	9,20	10,00	10,00	9,60	8,40	6,80	4,80	3,00	0,80
Y_2	3,30	3,90	4,60	5,00	5,00	4,80	4,20	3,40	2,40	1,50	0,40
A_2 [mm]	6,60	7,80	9,20	10,00	10,00	9,60	8,40	6,80	4,80	3,00	0,80
A_1 [mm]	5,90	6,00	6,00	6,00	6,10	6,10	6,10	6,10	6,10	6,10	6,00
φ	0,31	0,60	0,83	1,12	1,57	1,72	1,88	2,06	2,41	2,73	2,89
φ [°]	17,64	34,34	47,66	64,16	90,00	98,28	107,75	118,07	138,19	156,42	165,52
ω [s^{-1}]	0,38	0,61	0,74	0,84	0,92	1,00	1,09	1,19	1,36	1,65	2,63
A(ω) [mm]	1,12	1,30	1,53	1,67	1,64	1,57	1,38	1,11	0,79	0,49	0,13
A(ω) [dB]	0,97	2,28	3,71	4,44	4,29	3,94	2,78	0,94	-2,08	-6,16	-17,50
Re	1,07	1,07	1,03	0,73	0,00	-0,23	-0,42	-0,52	-0,59	-0,45	-0,13
Im	-0,34	-0,73	-1,13	-1,50	-1,64	-1,56	-1,31	-0,98	-0,52	-0,20	-0,03

Příklad výpočtu:

$$\varphi = \arcsin(Y1/Y2) = \arcsin 0{,}303 = 17{,}64°$$

$$A[\omega] = \frac{A_2}{A_1} = \frac{6{,}6}{5{,}9} = 1{,}12$$

$$A[dB] = 20\log(1{,}12) = 0{,}97$$

$$\mathrm{Im} = A\sin\varphi = -1{,}12 \cdot 0{,}303 = -0{,}34$$

$$\mathrm{Re} = A\cos\varphi = 1{,}12 \cdot 0{,}953 = 1{,}07$$

(2) Znázornění frekvenčních charakteristik

viz příloha

(3a) Určení řádu soustavy

Řád soustavy (analogový model, black box):

Z průběhu frekvenční charakteristiky v komplexní rovině, který prochází dvěma kvadranty, a z průběhu logaritmické amplitudové frekvenční charakteristiky, který klesá přibližně -40dB⁄dek, a z průběhu logaritmické fázové frekvenční charakteristiky, kdy se úhel φ mění v intervalu $\langle 0;-\pi \rangle$ jsme určili, že se jedná o kmitavou statickou soustavu 2. řádu.

(3b) Určení statického zesílení soustavy

Pro určení statického zesílení soustavy vyjdeme, stejně jako v minulém bodu, z frekvenční charakteristiky v komplexní rovině. Víme, že pokud $\omega = 0$, tak potom:

$$k = \mathrm{Re}\{F(j\omega)\} = \frac{1}{a_0} = A(\omega).$$

V našem měření ovšem nesplníme podmínku $\omega = 0$, proto budeme uvažovat:

$$\omega \to 0$$

$$k \cong \mathrm{Re}\{F(j\omega)\} = \frac{1}{a_0} = A(\omega)$$

(i) black box

Našemu požadavku $\omega \to 0$ opět nejvíce vyhovuje $\omega = 0{,}38$:

$\omega = 0{,}38$

$k \cong A(\omega) = 1{,}07$

(ii) analogový model

Našemu požadavku $\omega \to 0$

Pro odečtení z grafu $k \cong A(\omega) = 0{,}93$

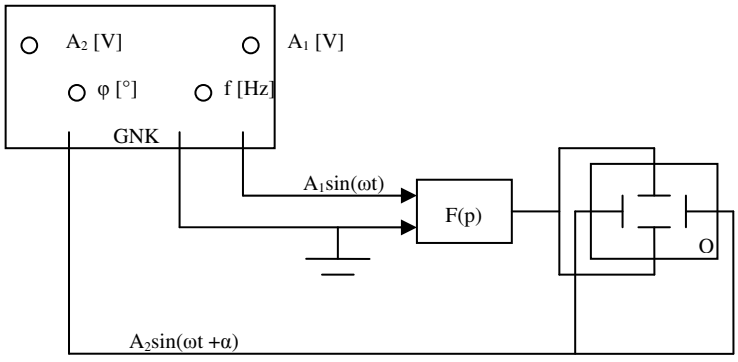
Výpočtem $k \cong A(\omega) = 0{,}6$

(4) Způsob měření frekvenčních charakteristik a schéma zapojení

Pro černou skříňku:

Na GNK jsme nejdříve nastavili amplitudu vstupního signálu $u(t) = A_1 \sin \omega t$ na konstantní hodnotu $A_1 = 40[mm]$ Potom jsme měnili frekvenci $f \in \langle 0{,}05;0{,}55 \rangle$ a výstupní signál kompenzovali úhlem $\Phi = \alpha - 90^o \;\; (nebo \;\; 180^o)$, tak aby oscilograf opisoval přímku. Amplitudu výstupního signálu jsme odečítali milimetrovým měřítkem z oscilografu a zapsali do tabulky.

Schéma zapojení:



GNK…generátor nízkých kmitočtů
O…osciloskop

Pro naměřenou soustavu 2. řádu:

Nejdříve jsme vypočítali kruhovou frekvenci vlastních netlumených kmitů naší soustavy podle vzorce $\omega_n = \sqrt{\frac{a_o}{a_2}}$. Z toho jsme určili rezonanční frekvenci $f = \frac{\omega_n}{2\pi}[Hz]$. Na souřadnicovém zapisovači BAK 4T vykreslíme pro každou námi nastavenou frekvenci příslušné Lissajousovy obrazce (elipsy). Při výpočtech využijeme následujících vzorců:

$$\omega = 2\pi f$$

$$A(\omega) = \frac{A_2}{A_1} \quad \left[\frac{\text{mm}}{\text{mm}}; \frac{V}{V}\right]$$

$$\sin\varphi = \frac{y_1}{y_2} = \frac{y_1'}{y_2'}$$

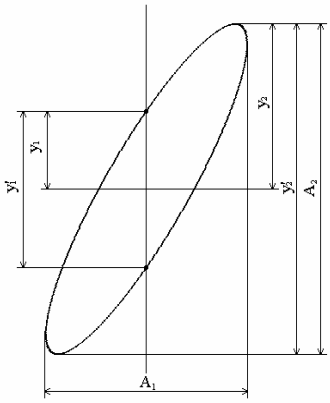
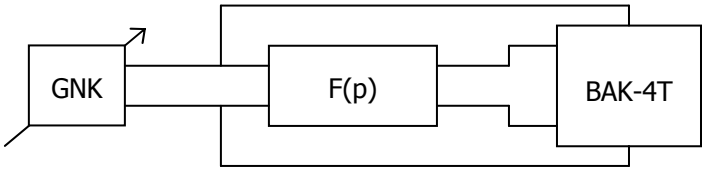


Schéma zapojení:



(5) Závěr a zhodnocení

Frekvenční charakteristika měřené soustavy je přesnější, než při blackboxu. Nepřesné hodnoty jsou jasně patrné v grafu a jsou způsobeny měřícími pomůckami a nevhodnou volbou úhlové rychlosti ω tak, aby se nám povedlo docílit rovnoměrně rozprostřených hodnot fáze φ v intervalu $\langle -180°, 0° \rangle$. V případě měřené soustavy nám pomáhala znalost přenosu systému.

U modelu můžeme porovnat statické zesílení:

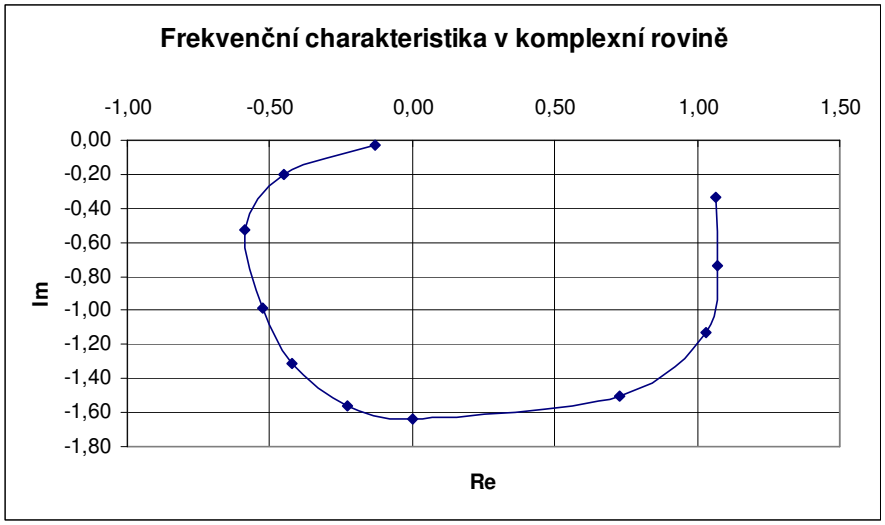
$$k_{\text{vypočítané}} = 0{,}6,\ k_{\text{určené z frek. char.}} = 0{,}93$$

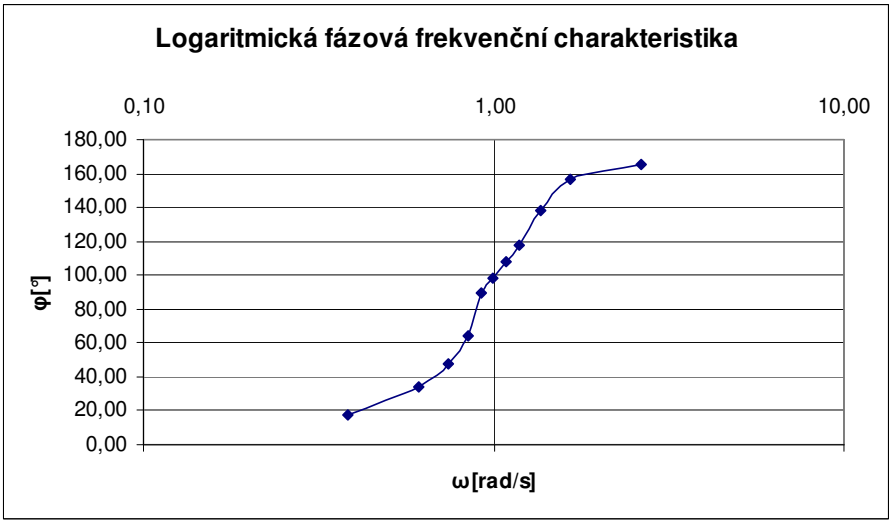
Měření kompenzační metodou je zatíženo chybou vzniklou při odečítání z osciloskopu, na kterém se měřily milimetry na vypouklé obrazovce, což nutně musí vést k celkem znatelným chybám a nepřestnostem.

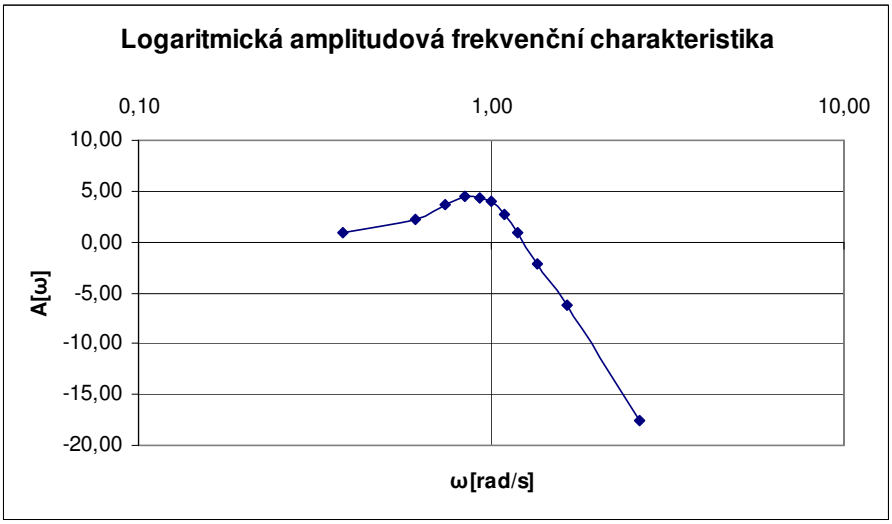
Při všech měřeních nebylo možné nastavit frekvence blízké nule ani blížící se do nekonečna (při velkých a malých hodnotách frekvence by nebylo možné odečíst hodnoty A_1 a A_2 z obrázku elipsy a zapisovač by nebyl schopen hodnoty správně zaznamenat). Chyby měření u černé skříňky jsou způsobeny hlavně změnou rozsahu frekvence.

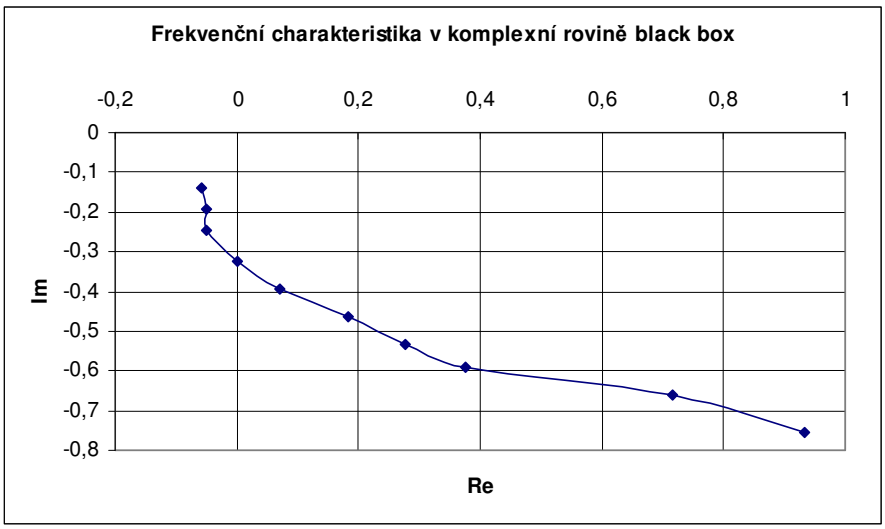
Výsledky jsou uspokojivé a při měření jsme docílili předpokládaného chování měřené soustavy a zjistili jsme vlastnosti blackboxu.

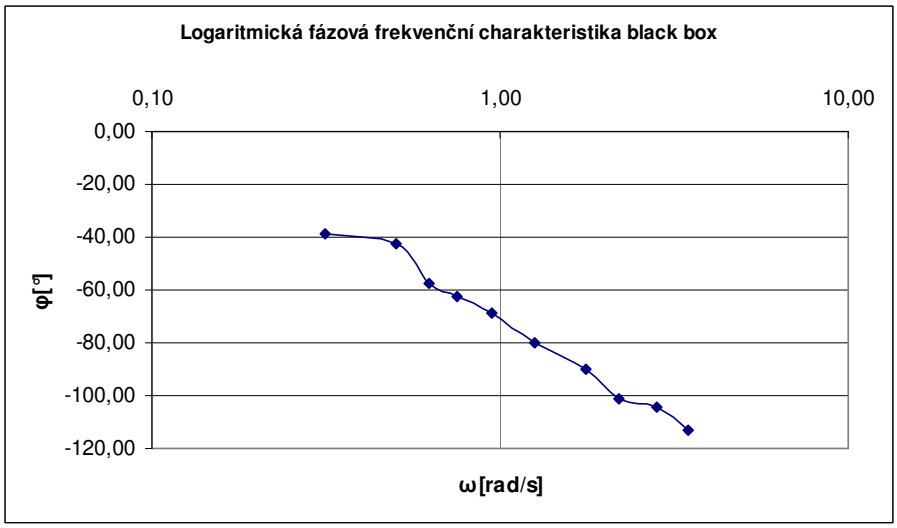
Příloha

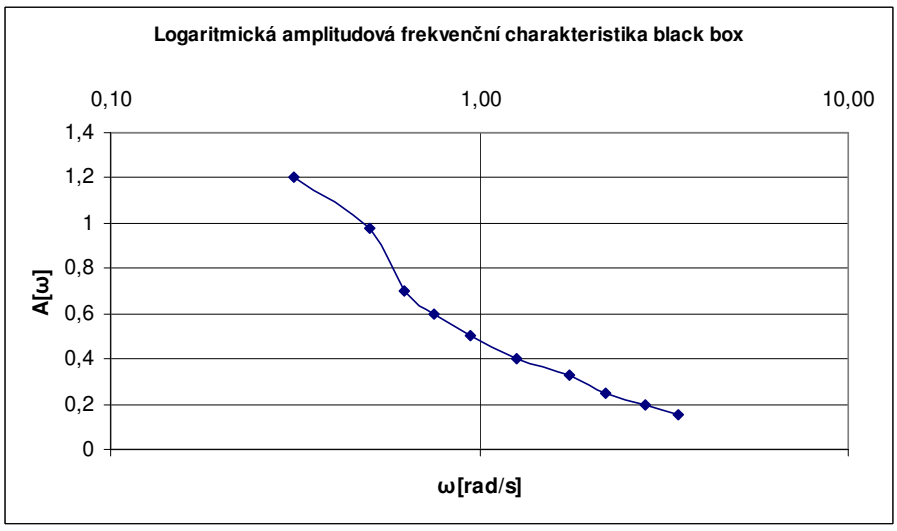

Frekvenční charakteristika v komplexní rovině
-1,00
-0,50
0,00
0,50
1,00
1,50
0,00
-0,20
-0,40
-0,60
-0,80
-1,00
-1,20
-1,40
-1,60
-1,80
Im
Re


Logaritmická fázová frekvenční charakteristika
0,10
1,00
10,00
180,00
160,00
140,00
120,00
100,00
80,00
60,00
40,00
20,00
0,00
φ[°]
ω[rad/s]


Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika
0,10
1,00
10,00
10,00
5,00
0,00
-5,00
-10,00
-15,00
-20,00
A[ω]
ω[rad/s]


Frekvenční charakteristika v komplexní rovině black box
-0,2
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
0
-0,1
-0,2
-0,3
-0,4
-0,5
-0,6
-0,7
-0,8
Im
Re


Logaritmická fázová frekvenční charakteristika black box
0,10
1,00
10,00
0,00
-20,00
-40,00
-60,00
-80,00
-100,00
-120,00
φ[°]
ω[rad/s]


Logaritmická amplitudová frekvenční charakteristika black box
0,10
1,00
10,00
1,4
1,2
1
0,8
0,6
0,4
0,2
0
A[ω]
ω[rad/s]