ADT Tabulka

Tabulka

- Datová struktura, která umožňuje vkládat a později vybírat informace podle identifikačního klíče. Mohou být:
  - pevně definované (LUT Look Up Table)
  - s proměnným počtem položek

Konvence:

k – klíč, kterým identifikujeme položku

$\mathbf{A_k}$ – adresní klíč tj. „adresa položky“ (ve většině případů je to index

Hledání v tabulkách – parametry:

S – délka hledání položky (počet položek, které je nutno prozkoumat)

T – průměrná délka hledání (m je počet přístupů do tabulky)

$$T = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} S_i$$

A – průměrná délka prohledávání za předpokladu rovnoměrného přístupu (n je počet obsazených položek tabulky)

$$T = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i$$

P – tzv. plnění tabulky(podíl obsazených položek)

$$P = \frac{n}{p}$$

Rozdělení tabulek podle způsobu organizace

- tabulky s přímým přístupem
- obyčejné vyhledávací tabulky
- tabulky se sekvenčním přístupem
- tabulky s rozptýlenými položkami

Tabulky s přímým přístupem

- **k** → **Ak** je prosté zobrazení, každá položka tabulky má své místo jednoznačně určené hodnotou Ak přímo odvozenou z k
- Optimální implementace tabulky je pomocí pole – indexy jsou přímo klíče v tabulce

  S=T=A=1
- Výhody:
  - rychlý přístup
  - jednoduchá implementace
- Nevýhody:
  - Velikost tabulky je daná rozsahem klíče, pro praktické účely bývá většinou neúnosná
  - Řídké pole – nerovnoměrný počet klíčů vzhledem k rozsahu tabulky.
- Příklady:
  - Telefonní síť – klíčem je telefonní číslo uživatele
  - Telefonní seznam – klíčem je jméno

Vyhledávací tabulky

- Vyhledává se podle hodnoty klíče
- Pořadí položek může být:
  - definované (uspořádané)
  - náhodné
- Strategie vyhledávání:
  1. sekvenční
  2. binární
  3. Fibonacciho
  4. kombinované

- Výhoda:
  - plnění vyhledávacích tabulek může být až 100%
- Nevýhoda
  - časově náročné vyhledávání (může být až lineární)

Sekvenční vyhledávání

- Položky v tabulce mohou být neuspořádané
- Princip spočívá v postupném porovnávání klíčů položek s hledaným klíčem až do nalezení shody, popř. nalezení konce tabulky

$$A = \frac{1}{2}(n+1)$$

– **Výhoda**: snadná implementace a časově nenáročná modifikace tabulky (implementace jako pole (popř. jako seznam), přidává se na konec pole, díry po odebrání prvků se vyplňují posledním prvkem – v případě implementace polem)

Binární vyhledávání

– lze použít v případě, že jsou položky tabulky seřazeny podle hodnoty klíče

Princip: porovnat hledaný klíč s klíčem uprostřed tabulky, pokud není shoda, hledat v levé popř. v pravé polovině tabulky (v závislosti na hodnotě klíče)

$$A \approx log(p)$$

Fibonacciho vyhledávání

Princip: stejný jako u binárního vyhledávání, testované prvky však nevolíme uprostřed, ale v poměru Fibonacciho čísel

Složitost: stejná jako u binárního vyhledávání, ale prvky na začátku jsou nalezeny rychleji

– Pro efektivní hledání se snažíme, aby tabulka měla $\mathbf{F_n - 1}$ prvků, kde $\mathbf{F_n}$ je určité Fibonacciho číslo

Fibonacciho posloupnost:

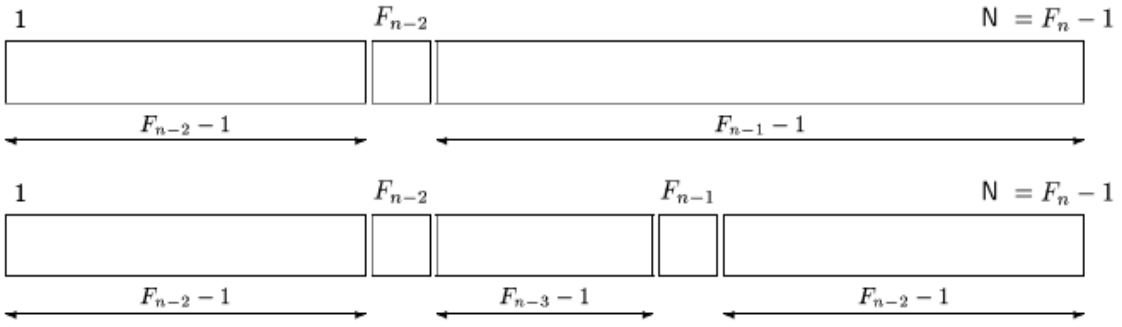
$$F_1 = 0, \qquad F_2 = 1,$$

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \qquad \forall n \in \mathbf{N}, n > 2$$

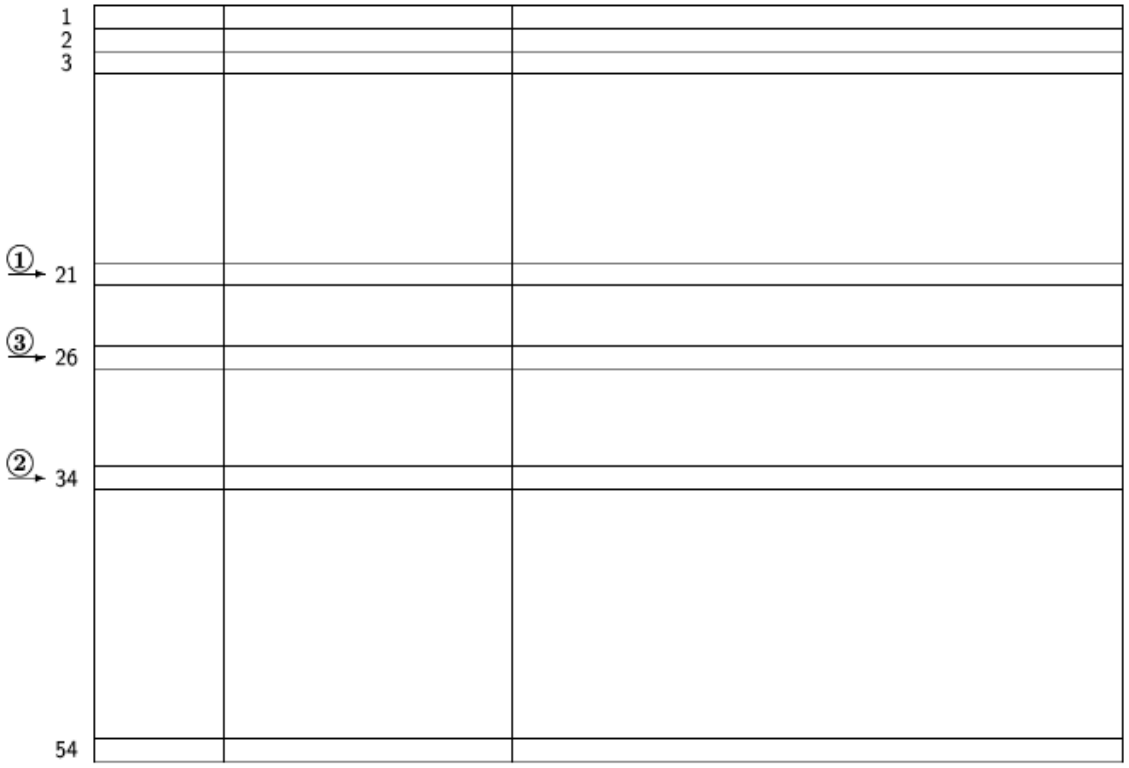
Prvky Fibonacciho posloupnosti:

0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 99, …

Př. Nalezení prvku na pozici 26 v tabulce o 54 prvcích.



Vyhledání:

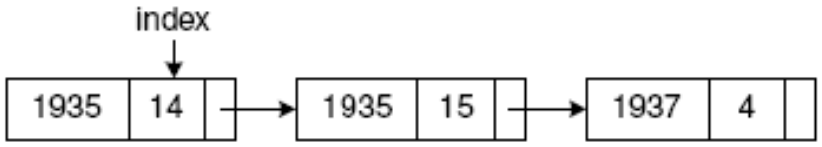


Hledání podle sekundárního klíče

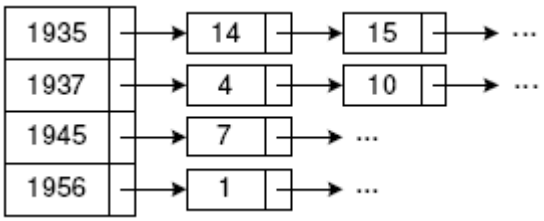
- Invertovaný soubor (indexovaný soubor)
  - jedná se o tabulku seřazenou podle sekundárního klíče, data tvoří primární klíč (nebo přímo index v původní tabulce)

1935	Fiala Jan
1935	Fiala Martin
1937	Bláha Josef
1945	Bláha Jan
1956	Fiala Petr

- invertovaný seznam
  - invertovaný soubor implementovaný jako zřetězený seznam

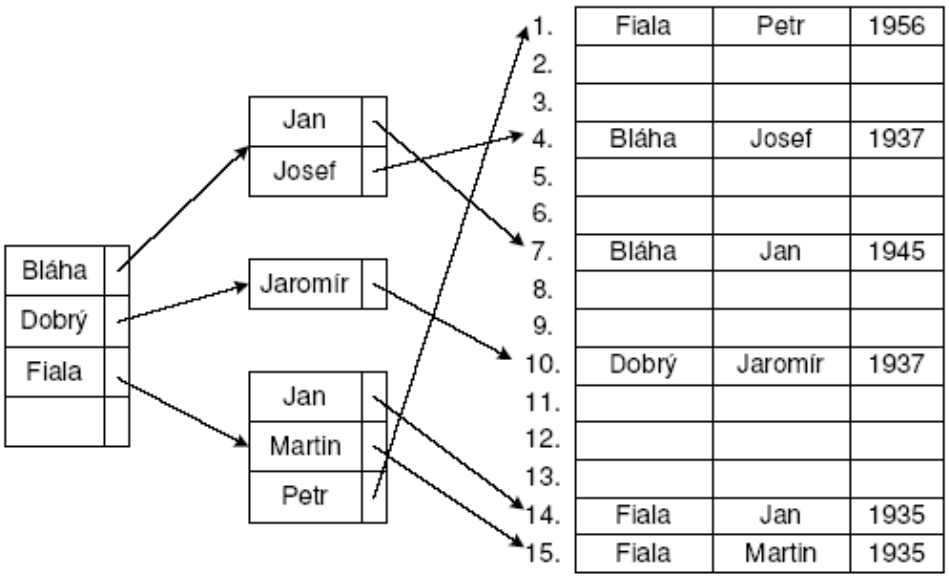


nebo



Vícerozměrné vyhledávání

- vyhledávání podle více klíčů realizujeme vícenásobným přístupem



tabulky s rozptýlenými položkami

- používají se v případě, že rozsah klíče N >> rozsah tabulky
- pro určení pozice v tabulce, na kterou máme uložit položkus klíčem k, používáme rozptylovací funkce (hash-funkci)

$$\mathbf{A_k = h(k),}$$

  která klíči **k** jednoznačně přiřazuje klíč $\mathbf{A_k}$

- může se stát, že pro různé položky $k_1 \neq k_2$ platí, že $h(k_1) = h(k_2)$ – tzv. synonymické položky (dochází ke kolizi)

Při návrhu a implementaci hash-tabulky je nutné vzít v úvahu:

- jak definovat rozptylovací funkci
- jak řešit ukládání synonymických položek

Požadavky na rozptylovací funkci:

2. Pro každé k je jednoznačně definovaná (a v přijatelném čase vyčíslitelná)
3. Vytváří minimální počet kolizí (minimum synonym)
4. Pravděpodobnostní rozdělění Ak=h(k) na intervalu <0, p-1> je rovnoměrné - lze využít pseudonáhodné funkce (*randomizační funkce*)

Realizace h(k):

hash funkci **i=h(k)** je možné realizovat následujícími způsoby:

i je částí **k**

i je částí operace nad **k**

i je zbytkem po dělení rozsahem tabulky **p**

i je zbytkem po děleni **N**, **N** je nejbližší menší prvočíslo než hodnota **p**

i je dán váhovým součtem částí

$$i = \sum_{i=1}^{r} a_i x^i$$

kde $\mathbf{a}_i$ jsou váhy jednotlivých částı **κ**' κııce **κ**

Tabulky s otevřeným rozptýlením

Každá pozice tabulky je potenciálně přístupná položce s libovolným klíčem, snadno vznikají shluky položek. Při kolizi se hodnota A_k přepočítá.

- rozptylovací funkci volíme například

$$h = h \mod p$$

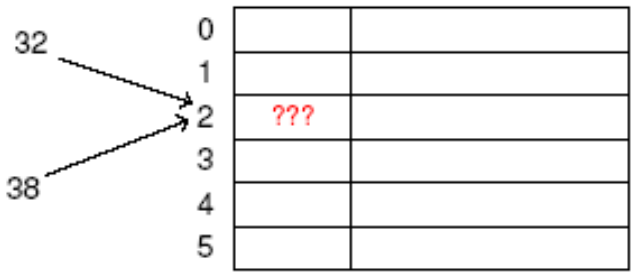
  kde p je prvočíslo

- vhodné pro tabulky s velkým rozsahem klíčů, ale malým počtem položek

Podle způsobu řešení kolizí rozeznáváme čtyři podtypy:

1. Tabulky s otevřeným rozptýlením a *nedefinovaným způsobem* ukládání synonymických položek
   - nutno dodefinovat způsob přepočítání A_k při kolizi

   Příklad:



Kolize: prvky 32 a 38 mají stejnou hodnotu rozptylové funkce

2. Tabulky s otevřeným rozptýlením a ukládáním synonymických položek s *konstantním krokem* s (s vícenásobnou hashovací funkcí)
   - na klíč k aplikujeme funkci $h_0(k)$, pokud dojde ke kolizi, vypočteme znovu A_k podle $h_1(k)$ atd. až do té doby, než najdeme v tabulce volné místo

$$\begin{aligned} h_0(k) &= h(k) \\ h_1(k) &= (h(k) + s) \mod p \\ &\vdots \\ h_i(k) &= (h(k) + is) \mod p \end{aligned}$$

   kde p je rozsah tabulky a s je přirozené číslo nesoudělné s p (nesoudělnost zaručí možnost dostat se na každou pozici tabulky)

Příklad: Tabulka s

- 8 pozicemi
- položkami s klíči DAVID, HANA, DANA, HELENA, EMIL, EVA, BOŽENA
- hashovací funkcí

$$h(k) = \text{pořadí 1. písmene v abecedě}$$

S = 1

0	HELENA	2
1	BOŽENA	1
2		
3	DAVID	1
4	DANA	2
5	EMIL	2
6	EVA	3
7	HANA	1

st. složitost = 12/7

S = 3

0		
1	BOŽENA	1
2	HELENA	2
3	DAVID	1
4	EMIL	1
5	EVA	4
6	DANA	2
7	HANA	1

st. složitost = 12/7

3. Tabulky s otevřeným rozptýlením a ukládáním synonym s *lineární vícenásobnou ukládací funkcí*

$$\begin{aligned} h_0(k) &= h(k) \\ h_i(k) &= (h(k) + a \cdot i + b) \mod p \end{aligned}$$

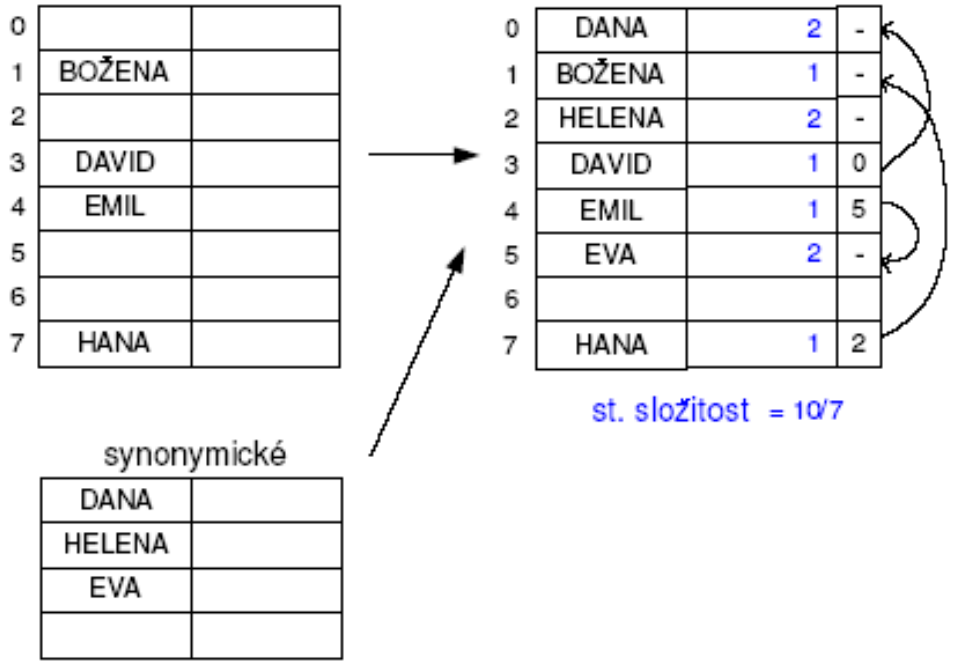
4. Tabulky s otevřeným rozptýlením a ukládáním synonym s *kvadratickou vícenásobnou ukládací funkcí*

$$\begin{aligned} h_0(k) &= h(k) \\ h_i(k) &= \left(h(k) + (-1)^i \cdot \left\lceil \frac{i}{2} \right\rceil^2\right) \mod p \end{aligned}$$

kde $\lceil x \rceil$ značí zaokrouhlení čísla x „nahoru“. U zjišťování zbytku po dělení (*mod*) je třeba dávat pozor na záporné argumenty — držet se definice!

Tabulky s otevřeným rozptýlením a vnitřním zřetězením

Ve fázi zařazování nových položek do tabulky si při výskytu kolize ponecháme synonymické položky vedle. Po zařazení všech položek vřadíme tato dočasně odložená synonyma na zbylá volná místa v tabulce (podle předem zvoleného systému) a příslušná synonyma zřetězíme do tzv. *řetězu synonym*



Přesun synonym do tabulky:

1. od začátku
2. od konce
3. s vícenásobnou hash-funkcí (to je výhodné, protože nám to „nerozboural" rovnoměrné rozložení prvků)

– tento typ tabulky je vhodný, pokud tabulku na začátku jednou vytvoříme a potom opakovaně používáme

– problém je přidání položky na první místo v řetězci synonym, pokud toto místo již jiná položka obsadila.

Tabulky s uzavřeným rozptýlením a vnějším zřetězením

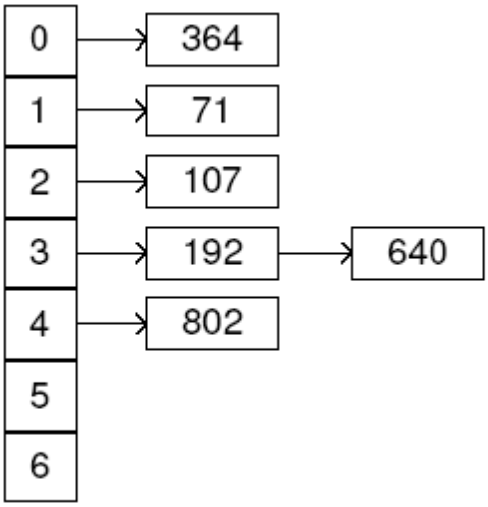
– přinášejí zlepšení poslední metody: rozdělíme tabulku na dvě části

1. *primární část* — obsahuje pouze položky, které nejsou synonyma
2. *sekundární část* (*zóna zřetězení*, *přeplnění*, atd.) — položky, které jsou synony k položkám v primární části

– problémem je vypuštění prvního prvku v řetězci — řeší se zavedením *děr*

Metoda rozptýlených indexů

– tabulku chápeme jako vektor seznamů synonymických položek (řetězců)



– zařazování nových prvků:

1. na konec řetězu
2. uspořádaně — složitější implementace, ale přináší jisté urychlení

– velice oblíbená metoda (100% plnění, jednoduchá mplementace, . . .)